2.1 Kinematik

Gleichförmige Bewegung

1

a) $s = vt$; 17 m

b) $t = \frac{s}{v}$; $2.9 \cdot 10^{-4}$ s = 0.29 ms

c) $t = \frac{s}{v}$; $3.3 \cdot 10^{-10}$ s = 0.33 ns

d) $s = vt$; $3 \cdot 10^{5}$ m = 300 km

e) $s = vt$; 0.06 m = 6 cm

f) $v = \frac{s}{t}$; 27.3 km/h

2

$h = \frac{vt}{2}$; 1.12 km

3

a) $t = \frac{s}{v_1 + v_2}$; 3.6 min

b) $s_1 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} s$; 1.2 km

$s_2 = \frac{v_2}{v_1 + v_2} s$; 0.30 km

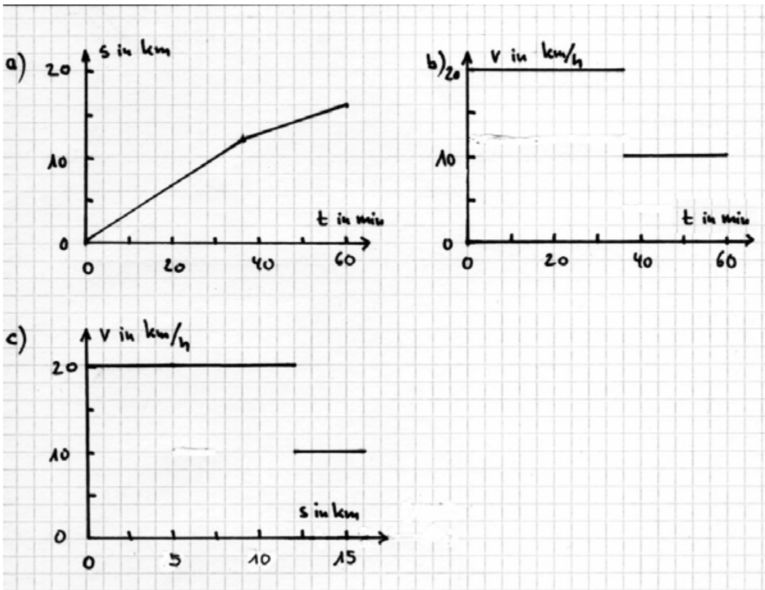
c) $s_3 = \frac{v_3}{v_1 + v_2} s$; 2.1 km

4

a) Unsinn! Die Steigung der Geraden ist nicht $\tan\alpha$. An den Achsen des Diagramms stehen physikalische Grössen mit Einheiten. Ausserdem sind die Achsen nicht im gleichen Massstab eingeteilt. In diesem Fall ist die Steigung der Geraden der Quotient aus dem Ordinatenwert und dem Abszissenwert eines Punktes auf der Geraden. Der Ordinatenwert ist an der senkrechten Achse mit zugehöriger Einheit, der Abszissenwert an der waagrechten Achse mit zugehöriger Einheit abzulesen.

b) $v = \frac{s_1}{t_1} = \frac{20\text{ m}}{6.0\text{ s}}$; 3.3 m/s

5

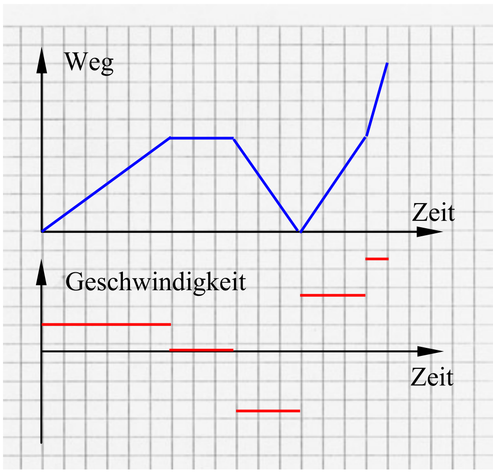


d) Fahrzeiten: $t_1 = \dfrac{s_1}{v_1} = \dfrac{3}{5}\,\text{h}$; $t_2 = \dfrac{s_2}{v_2} = \dfrac{2}{5}\,\text{h}$; $\overline{v} = \dfrac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$; 16 km/h

6

a)

b)



7

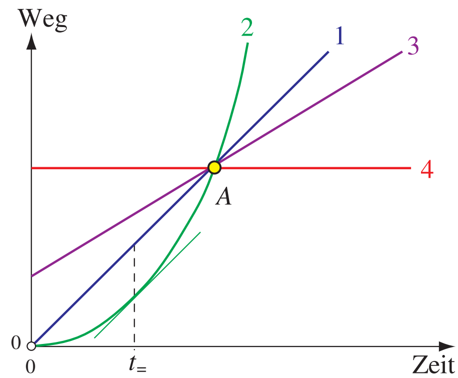
a)	Zürich	ab	12:13
	Wiedikon	an	12:17
	Wiedikon	ab	12:19
	Enge	an	12:21
	Enge	ab	12:26
	Wollishofen	an	12:29
	Wollishofen	ab	12:37

b) $v_1 = \dfrac{11.75\,\text{km} - 3.6\,\text{km}}{12:37\,\text{h} - 12:32\,\text{h}}$; 98 km/h

c) $v_2 = \dfrac{3.6\text{ km}}{12:42\text{ h} - 12:37\text{ h}}$; 43 km/h

d) $\overline{v} = \dfrac{11.75\text{ km}}{12:42\text{ h} - 12:32\text{ h}}$; 71 km/h

8



a) **1** und **3** fahren mit konstanter Geschwindigkeit, **4** steht. Alle drei bewegen sich im Sinne der Definition gleichförmig.
b) $v_4 < v_3 < v_1$
c) Velo **3** hat zu Anfang einen Vorsprung auf mich. Da ich aber schneller fahre, wird unser Abstand immer kleiner. Jetzt überhole ich und unser Abstand wird wieder grösser.
d) Die vier Velos befinden sich am gleichen Ort, d.h. sie treffen sich.
e) Zur gesuchten Zeit $t_=$ hat die Kurve von Velo **2** die gleiche Steigung wie die Gerade von Velo **1**.

Gleichmässig beschleunigte Bewegung

9

$v^2 = 2as \Rightarrow s = \dfrac{v^2}{2a}$; 320 km

10

$a = \dfrac{v}{t}$; 3.9 m/s^2; $s = \dfrac{1}{2}vt$; 100 m

11

a) $a = \dfrac{v}{t}$; $1.4 \cdot 10^{-4}$ m/s^2; $s = \dfrac{1}{2}at^2$; $4.7 \cdot 10^7$ km

b) $t = \dfrac{v}{a}$; 2.3 d

Wegen der Reibung könnte das Auto mit einem Ionenantrieb gar nicht in Bewegung gesetzt werden.

12

$a = \frac{v^2}{2s}$; 2.6 m/s^2 $t = \frac{2s}{v}$; 9.6 s

13

HInweis: Aufgrund einer Änderung im Aufgabentext in der 2. Auflage 2006 hat diese Aufgabe zwei unterschiedliche Lösungen:

Lösung für die 2. Auflage 2006:

a) Die Geschwindigkeit des Flugzeugs nimmt durchschnittlich pro Sekunde um 2.9 m/s zu.

b) $s = \frac{v^2}{2a}$; 1.7 km, es genügt nicht.

c) Die Geschwindigkeit nach 100 m beträgt $v = \sqrt{2as}$; 24 m/s.
Da die Geschwindigkeit gleichmässig zunimmt, ist die mittlere Geschwindigkeit auf diesen 100 m halb so gross, also 12 m/s.

Lösung für die 1. Auflage 2004:

a) Die Geschwindigkeit des Flugzeugs nimmt durchschnittlich pro Sekunde um 3.9 m/s zu.

b) $s = \frac{v^2}{2a}$; 1.3 km, es genügt nicht.

c) Die Geschwindigkeit nach 100 m beträgt $v = \sqrt{2as}$; 28 m/s.
Da die Geschwindigkeit gleichmässig zunimmt, ist die mittlere Geschwindigkeit auf diesen 100 m halb so gross, also 14 m/s.

14

$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$; 3.0 s $v = \sqrt{2as}$; 48 km/h

15

a) $a = \frac{2s_1}{t_1^2}$; 0.28 m/s^2 $v_1 = \frac{2s_1}{t_1}$; 5.0 km/h

b) $t_2 = \sqrt{\frac{2s_2}{a}}$; 19 s $v_2 = \sqrt{2as_2}$; 19 km/h

16

a) $a = \frac{2s_1}{t_1^2}$; 5.0 m/s^2

b) Δt = 1.0 s, $\Delta s = \frac{1}{2}a(2t\Delta t - \Delta t^2)$; 48 m; 500 m

c) $t = \dfrac{v_{\text{end}}}{a}$; 26 min

d) Durch den Treibstoffverbrauch wird die Masse der Raumfähre kleiner, die Schubkraft bleibt jedoch gleich. Der Luftwiderstand der dünner werdenden Luft hängt von der Geschwindigkeit ab.

17

$\Delta t = \dfrac{v_2 - v_1}{a}$; 2.4 s $\qquad$ $\Delta s = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{a}$; 43 m

18

a) $s = \dfrac{1}{2} a t^2$; 2.4 m $\qquad$ $v = at$; 0.48 m/s

b) $t = \dfrac{v}{a}$; 29 s $\qquad$ $s = \dfrac{1}{2} a t^2$; 20 m

19

a) $(t + \Delta t) \cdot v_{\text{Hans}} = \dfrac{1}{2} a t^2$; 3.0 s

b) $s = \dfrac{1}{2} a t^2$; 18 m

c) $v = at$; 12 m/s

20

a) $t = \dfrac{\Delta s}{v_1 - v_2}$; 50 s

b) $t = \sqrt{\dfrac{2\Delta s}{a_1 - a_2}}$; 10 s

Gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit

21

$v = \sqrt{2(-a)s}$; 14 m/s = 50 km/h

Der Lenker hatte die zulässige Höchstgeschwindigkeit nicht überschritten.

22

$s = \dfrac{v_0^2\,[\text{km/h}]}{100} = \dfrac{v_0^2\,[\text{m/s}] \cdot 3.6^2}{100} = \dfrac{v_0^2\,[\text{m/s}]}{-2a}$; also $a = -3.9\ \text{m/s}^2$

23

a) $a = \frac{v}{t}$; 40 m/s^2 ≈ 4 g $s = \frac{1}{2}at^2$; 88 m

b) $a = \frac{v^2}{2s}$; 69 m/s^2 ≈ 7 g $t = \frac{2s}{v}$; 1.2 s

24

$a = -\frac{v_0^2}{2s}$; -0.16 m/s^2 $t = -\frac{v_0}{a}$; 42 s

25

a) $v_0 = \frac{2s}{t}$; 80 m/s b) $a = -\frac{2s}{t^2}$; -2.7 m/s^2

26

$a = \frac{2}{t^2}(s - v_0 t)$; -2.4 m/s^2

Der Zug bremst ab.

27

Der Index 1 bezeichne die Grössen auf der Rampe, der Index 2 diejenigen in der Unterführung. v_{max} stehe für die Geschwindigkeit am Ende der Rampe.

a) $v_{max} = -a_2 t_2$; 72 cm/s $t_1 = \frac{v_{max}}{a_1}$; 9.0 s $t = t_1 + t_2$; 21 s

b) $s_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2$; 3.2 m

28

Reaktionsweg: $s_R = v_0 t_R$; 20 m

Bremsweg: $s_B = -\frac{v_0^2}{2a}$; 40 m

Anhalteweg: $s = s_R + s_B$; 60 m

Sie bringen das Auto noch vor den Felsbrocken zum Stehen.

29

Anhalteweg: $s = v_0 t_R + \dfrac{v_0^2}{-2a}$; 35 m; es liegt noch drin.

30

a) $s = -\dfrac{v_0^2}{2a}$; 16 km

b) $s = v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$; 89 s

c) Anfahrzeit: $t_1 = \dfrac{v}{a_1}$; 280 s

Anfahrstrecke: $s_1 = \dfrac{1}{2} a_1 t_1^2$; 19 km

Bremszeit: $t_2 = -\dfrac{v}{a_2}$; 230 s

Bremsweg: $s_2 = 16$ km (vgl. Aufgabe a))

Zeit für die zwischen Anfahr- und Abbremsvorgang liegende Strecke:

$t_3 = \dfrac{s_3}{v}$; 40 min

Gesamtfahrzeit Genf – St. Gallen: 49 min

31

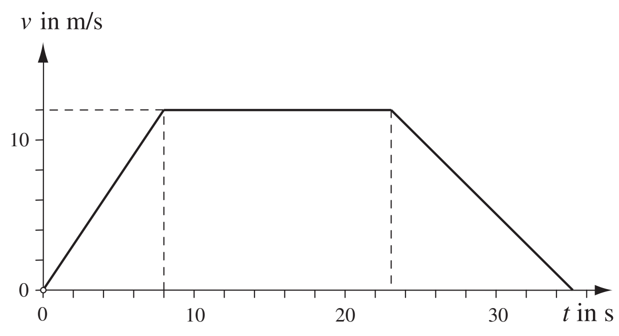
a) $t_1 = \dfrac{v}{a_1}$; 8.0 s

b) $t_2 = \dfrac{v}{-a_2}$; 12 s

c) $s_3 = s - \dfrac{1}{2} v t_2 - \dfrac{1}{2} v t_2$; 180 m

d) $t = t_1 + t_2 + \dfrac{s_3}{v}$; 35 s

e) Fahrtenschreiber:



32

Anfahren:

$t_A = 30$ s; $a_A = \frac{v_{\max}}{t_A}$; 1 m/s^2; $s_A = \frac{1}{2} a_A t_A^2$; 450 m

Bremsen:

$s_B = 600$ m; $t_B = 2 \cdot \frac{s_B}{v_{\max}}$; 40 s

Gleichförmige Bewegung:

$s_G = d - s_A - s_B$; 3900 m; $t_G = s_G / v_{\max}$; 130 s

Fahrtzeit:

$t_{\text{tot}} = t_A + t_G + t_B$; 200 s; Die S12 kommt um 11:24:20 in Stettbach an.

33

Abbremsen vor der Baustelle:

$t_B = \frac{v_2 - v_1}{a_B}$; 50 s; $s_B = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_B}$; 1000 m

Anfahren nach der Baustelle:

$t_A = \frac{v_2 - v_1}{a_A}$; 60 s; $s_A = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_A}$; 1200 m

Gleichförmige Bewegung:

$t_G = \frac{s}{v_2}$; 260 s; $s = 1300$ m

Ganzer Vorgang:

$t_{\text{tot}} = t_B + t_G + t_A$; 370 s; $s_{\text{tot}} = s_B + s + s_A$; 3500 m

Fahrzeit ohne Baustelle:

$t = \frac{s_{\text{tot}}}{v_1}$; 100 s

Somit verlängert sich die Reisezeit um 270 s.

Gleichmässig beschleunigte Bewegung mit schiefer Ebene

34

$v = \sqrt{2g \sin\alpha \cdot s}$; 4 m/s

35

a) $v_0 = \sqrt{2g\sin\alpha \cdot s}$; 4.5 m/s b) $t = \sqrt{\dfrac{2s}{g\sin\alpha}}$; 2.6 s

36

a) $a = g \cdot (\sin\alpha - \mu_G \cdot \cos\alpha)$; 2.4 m/s^2

Somit ist die Geschwindigkeit nach 3.0 s: $v = at$; 7.1 m/s

b) $s = \dfrac{1}{2}at^2$; 11 m

37

$F_L = mg \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)$; 19 N

38

$t = \sqrt{\dfrac{b}{g\sin\alpha\cos\alpha}} = \sqrt{\dfrac{2b}{g\sin 2\alpha}}$; $t_{\min}$ für $\alpha = 45°$

39

a) $\dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{2}at^2 - v_0 t + l \qquad t \quad \dfrac{l}{v_0}$; 1.2 s

b) $s = \dfrac{1}{2}g\sin\alpha\left(\dfrac{l}{v_0}\right)^2$; 3.5 m

c) $v_1 = g\sin\alpha\left(\dfrac{l}{v_0}\right)$; 5.9 m/s $v_2 = v_1 - v_0$; 0.89 m/s

Der Keil bewegt sich bereits wieder abwärts.

Gleichmässig beschleunigte Bewegung, Diagramme

40

a) Von $t = 0$ bis $t_1 = 2$ h ist $v_1 = 50$ km/h, von t_1 bis t_2 ist $v_2 = 100$ km/h, $\bar{v} = 67$ km/h
b) $v_1 < v_2$
c) Im Zeitpunkt t_1 (Punkt P) strebt die Beschleunigung a gegen unendlich.

47

Das zweite Kügelchen trifft den Boden nach $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$; 0.090 s.

Das dritte Kügelchen trifft nach t_2 = 0.18 s auf den Boden.

Sein Abstand vom ersten Kügelchen ist $h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$; 16 cm.

Die Abstände der weiteren Kügelchen vom ersten sind 36 cm, 64 cm und 100 cm.

48

a) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; 2.8 s

b) $v = \sqrt{2gh}$; 28 m/s

c) Im Experiment darf der Luftwiderstand nicht mehr vernachlässigt werden. Die Annahme einer gleichmässig beschleunigten Bewegung stimmt nicht mehr ganz. Der Stein wird folglich auch mit einer geringeren Geschwindigkeit in die Aare plumpsen.

49

$h = \frac{v^2}{2g}$; 3.3 m

50

a) $h = \frac{v^2}{2g}$; 32 m

b) $h = \frac{(2v)^2}{2g}$; 127 m

51

$h = \frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2g}$; 8.43 m; das sind 2.81 m pro Etage.

$h = \frac{{v_2}^2}{2g}$; 14.0 m; das sind 5 Etagen über der Familie Meierhans.

52

Für den freien Fall gilt: $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Für die Rutschbahn gilt: $t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\alpha}}$

Waagrechter Wurf

67

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; 0.71 s; $s = vt$; 7.9 m

68

a) Flugzeit $t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, Flugweite $x_W = v_0 t_F$

Kuniberts Beschleunigung: $a = \frac{2x_W}{t_F^2} = 2v_0\sqrt{\frac{g}{2h}}$; 4.6 m/s^2

b) $v = 2v_0$; 8.0 m/s

69

a) Flugzeit $t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; 0.78 s

b) $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$; 8.2 m/s

c) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$; 70°

d) Es gilt: $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$ und $x(t) = v_0 t$.

Eliminieren der Zeit *t* ergibt: $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2}x^2$

Es ist eine nach unten geöffnete Parabel mit dem Scheitelpunkt $(0\,|h)$.

70

a) Flugzeit $t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, Flugweite x_W

$v_0 = \frac{x_W}{t_F} = x_W\sqrt{\frac{g}{2h}}$; 8.7 m/s

b) $\tan\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2hg}} = \frac{x_W}{2h}$; 51°

71

Mit der Flugzeit $t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ist die Flugweite $x_W = v_0 t_F = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$; 14 m

72

a) Sei q das Verhältnis der Steighöhe zur Turmhöhe; also $q = 2/3$.
Dann gilt:

$$h = \frac{x_w}{2\sqrt{q}}; \quad 12 \text{ m}$$

b) Das Verfahren ist unabhängig von g und kann damit auch auf dem Mond oder auf dem Mars angewendet werden, ohne die dortige Fallbeschleunigung zu kennen.

73

a) Für den Volumenstrom gilt: $\frac{V}{t} = Av = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 v$

$$v = \frac{4V}{\pi d^2 t}; \quad 1.3 \text{ m/s}$$

b) Mit der Flugzeit $t_F = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ist die Flugweite $x_w = v_0 t_F = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Für $x_w = h$ ist $h = \frac{2v_0^2}{g}$; 0.34 m

74

a) Für die Flugbahn gilt: $x = v_0 t$ und $y_{\text{Flug}} = -\frac{1}{2}gt^2$ und somit $y_{\text{Flug}} = -\frac{g}{2v_0^2}x^2$

Für den Hang oberhalb von K gilt: $y_{\text{Hang}} = ax + b$ mit $a = -\tan(35.1°)$. Der Achsenabschnitt b wird durch Einsetzen der Koordinaten von K ermittelt: $b = 12.87$ m.

Am Schnittpunkt gilt: $y_{\text{Flug}} = y_{\text{Hang}}$ und somit $-\frac{g}{2v_0^2}x^2 = ax + b$. Von den beiden Lösungen für x ist nur die grössere sinnvoll.
Der gesuchte Punkt ist $P = (68.1 \text{ m} \mid -35.0 \text{ m})$.

b) Die Sprungweite ist $120 \text{ m} - \sqrt{\left(K_x - P_x\right)^2 + \left(K_y - P_y\right)^2}$; 76.9 m

c) Offensichtlich bewirken die grossen Ski, der Spezialanzug und die Körperhaltung einen dynamischen Auftrieb in der Luft bei gleichzeitig geringem Luftwiderstand. So sind mit Luft wesentlich grössere Sprungweiten möglich als ohne.

Weitere Daten zur Schanze in Engelberg finden Sie unter: www.skispringen.com.

75

Es handelt sich um einen horizontalen Wurf. Das Weg-Zeit-Gesetz lautet:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + y_0 \end{cases}$$

Sei T_N die Zeitdauer bis zum Netz und T_B bis zum Punkt B.

Nach den Angaben im Text folgen:

$$\begin{cases} \frac{s}{2} = v_0 T_N \\ y_N = -\frac{1}{2} g T_N^2 + y_0 \end{cases} \quad \text{und} \quad \begin{cases} s = v_0 T_B \\ 0 = -\frac{1}{2} g T_B^2 + y_0 \end{cases}$$

s = Länge des Tisches und y_N = Höhe des Netzes.
Aus den vier Gleichungen kann man T_N und T_B eliminieren.
So erhält man die folgenden Gleichungen:

$$\begin{cases} y_0 = y_N + \frac{1}{8} g \frac{s^2}{v_0^2} \\ y_0 = \frac{1}{2} g \frac{s^2}{v_0^2} \end{cases}$$

So ist $y_0 = \frac{4}{3} y_N$; 20 cm

Schiefer Wurf

76

a) Aus $y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 + y_0$ folgt mit dem Taschenrechner für die Flugzeit:

$t_1 = 5.61\,\mathrm{s}$

$y_{\max} = v_0 \cos\alpha \cdot t_1$; 0.17 km

b) Die maximale Höhe wird erreicht, wenn die Funktion $y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t + y_0$ ihr Maximum besitzt.

Die Zeit, bei der die vertikale Geschwindigkeit null ist, berechnet sich aus:

$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Somit ist $y_{\max} = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} + y_0$; 44 m

77

Für die Flugweite gilt: $x_w = \dfrac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}$, für die Flugdauer $t = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$

a) Also $\alpha = \dfrac{1}{2}\arcsin\left(\dfrac{x_w g}{v_0{}^2}\right)$; 30°

b) $t = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$; 1.0 s

c) $y = \dfrac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}$; 1.3 m

d) $\dfrac{v_0{}^2}{g}$; 10 m

78

Hochsprung: $t = 2\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$; 0.64 s

Bemerkung: Es handelt sich um einen Strecksprung, weil wieder am gleichen Ort gelandet wird.

Weitsprung: $t = \sqrt{\dfrac{2x_W \tan\alpha}{g}}$; 0.77 s

Hier sind sie also beim Weitsprung länger in der Luft.

79

Lösung: 1

$T = 0.4$ s und $y_0 = 1.7$ m

Das Weg-Zeit-Gesetz des schiefen Wurfes wird auf der vertikalen Achse angewendet:

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$$

Da $y(T) = 0$ folgt: $v_{0y} = \left(\dfrac{1}{2}gT^2 - y_0\right)\dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2}gT - \dfrac{y_0}{T}$; –2.3 m/s

So war die Wurfbahn im Augenblick der Abgabe sinkend.

Lösung: 2

Die Wurfdauer beim freien Fall ist: $t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$; 0.59 s

Da der Wurf weniger lang dauerte, muss der Ball beim Abwurf eine vertikale Geschwindigkeitskomponente nach unten gehabt haben.

80

$x = v_0 t \cos\alpha$, $0 = y_0 + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$ aufgelöst nach x und t eliminiert.

Wurfweite $x = \frac{v_0 \cos\alpha}{g}\left(v_0 \sin\alpha + \sqrt{2gy_0 + (v_0 \sin\alpha)^2}\right)$

a)

α	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°
x in m	21.7	21.9	22.0	22.1	22.2	22.2	22.2	22.3	22.2

Der optimale Abwurfwinkel beträgt 42°.

b)

α	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°
x in m	9.98	10.0	10.0	10.1	10.1	10.1	10.0	10.0	10.0

Der optimale Abwurfwinkel beträgt etwa 39°.

81

a) Es wird das Minimum von

$$v(\alpha) = \frac{\sqrt{gx}}{\cos\alpha\sqrt{2x\tan\alpha - 2y}}$$ mit y = 13 m und x = 20 m

gesucht.

Dies ergibt v_0 = 19 m/s und α = 62°

b) $v_y = v_0 \sin\alpha - gt = v_0 \sin\alpha - g\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$; –5.2 m/s

Der Schnellball hat also seinen Zenit überschritten und ist bereits wieder am Sinken.