

Funktionen und Grenzwerte

Ohne Hilfsmittel, etwa 60 Min.

1. Sei $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$ (20P).

⊙ a) Gib $f(0)$, $f(-1)$, $f(2a)$, $f(x+h)$ an.

⊙ b) Ist die Funktion gerade, ungerade oder weder noch?

c) Finde \mathbb{D} , \mathbb{W} und die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.

⊙ d) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \dots$

e) Skizziere die Funktion in einem Koordinatensystem mit Hilfe der in (a-d) gesammelten Informationen.

2. ⊙ Unter welchen Bedingungen gilt $f \circ g = g \circ f$

für die beiden Funktionen $f(x) = ax + b$ und $g(x) = cx + d$? (6P)

3. Finde den Grenzwert: (20P)

⊙ a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x) =$

⊙ b) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2x^2 - 3x - 4) =$

⊙ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x-1)^2}{(x+1)^3} =$

⊙ d) $\lim_{x \rightarrow e} \ln(x^x) =$

⊙ e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$

⊙ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+1}{6+x-3x^2} =$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} =$

h) $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}} =$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-3}{\sqrt{x}+\sqrt{4x+1}} =$

j) $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{\sin x - \sin \alpha}{\cos x - \cos \alpha} =$

4. Beweise, dass $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2^{\frac{1}{x}}) = 1$ und $\lim_{x \rightarrow \pm 2} (x^2 - 4) = 0$ (12P).

5. Gib den Definitionsbereich \mathbb{D} an: (8P)

a) $y = \frac{1}{\log(x+1)}$

⊙ b) $y = \frac{x^2-9}{x+3}$

c) $y = \ln(\log_{\frac{1}{10}} x)$

Total: 66P