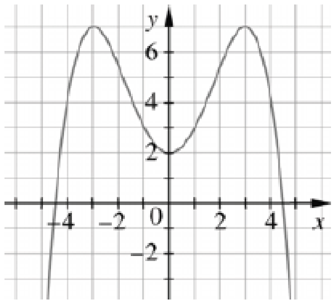
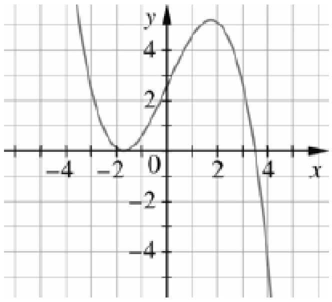
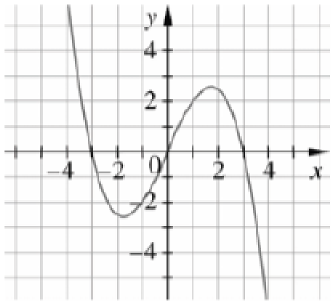
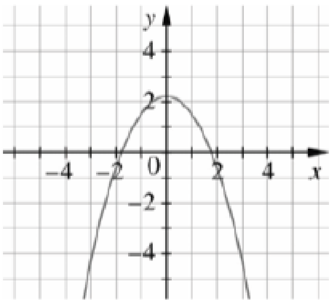
Funktionen und Ableitungen

Ohne Hilfsmittel, etwa 60 Min.

1. Finde unter den folgenden vier Graphen möglichst viele Paare von Funktionsgraph und Graph der Ableitungsfunktion. Begründe die Zuordnungen. (6P)

2. Gib die Steigung näherungsweise an: (siehe Diagramme von Aufg 1) (4P)

   a) der Funktion 1 in $x_0 = 4$

   b) der Funktion 4 in $x_0 = -3$

3. Leite nach der gegebenen Variable ab: (18P)

   a) $f(x) = (3-x)x - 5x^3$ b) $f(t) = \ln(4x) + e^x$ c) $f(x) = \frac{x^2}{\sin x}$

   d) $f(k) = \sqrt{k}(k^2 - 1)$ e) $f(p) = p^3 \ln(3p)$ f) $f(u) = \frac{2+e^u}{2-e^u}$

   i) $f(t) = \sin\sqrt{\frac{1}{t}}$ j) $f(x) = \ln(\ln x)$ k) $f(t) = e^{\sin x \cos x}$

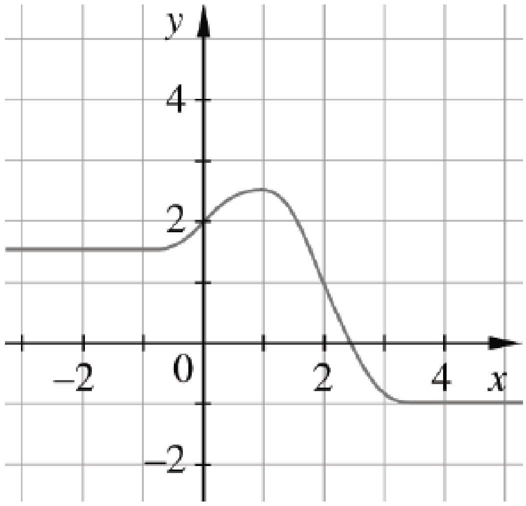
4. Finde den Wert der Ableitung von f an der Stelle x_0: (8P)

   a) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x+2)}$; $x_0 = 2$

   b) $f(x) = \frac{x}{e^{ax}}$; $x_0 = \frac{1}{a}$

5. Zeige mit dem Differentialquotienten, dass $f(x) = \frac{x^2+1}{x} \implies f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ (6P)

6. Kennzeichne am folgenden Graphen die Bereiche, in denen die Ableitungsfunktion positiv, negativ und null ist. Skizziere dann den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktionen (die Steigung muss nicht exakt sein aber mindestens qualitativ richtig). (6P)



7. Untersuche Stetigkeit und Differenzierbarkeit von: (8P) $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$

Total: 54P