

Integralrechnung 2

Ohne Hilfsmittel, 90 Min.

1. Berechne mit Substitutionsmethode: (9P)

a) $\int x \sin x^2 dx$

b) $\int \frac{t^3}{1+t^4} dt$

c) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^x}} dx$

2. Berechne mit partieller Integration: (6P)

a) $\int 3ze^{2z} dz$

b) $\int e^x \cos x dx$

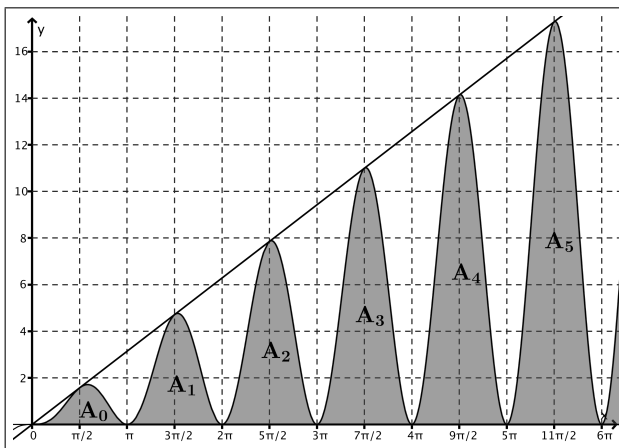
3. Berechne: (6P)

a) $\int \frac{1}{y(y+1)} dy$

b) $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$

4. Für welchen Wert von a schliessen die Graphen der Funktionen $y = ax$ und $y = x^2 - ax$ eine Fläche vom Inhalt 36 ein? (6P)

5. Die Funktion $f(x) = x \cdot \sin^2 x$ ist im folgenden Diagramm dargestellt:



a) Zeige, dass die Flächen $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ eine arithmetische Folge bilden. (6P)

b) Zeige, dass die Funktion $f(x)$ in jedem Intervall $[n\pi; (n+1)\pi]$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ die Fläche zwischen der Winkelhalbierenden $y = x$ und der x -Achse halbiert. (6P)

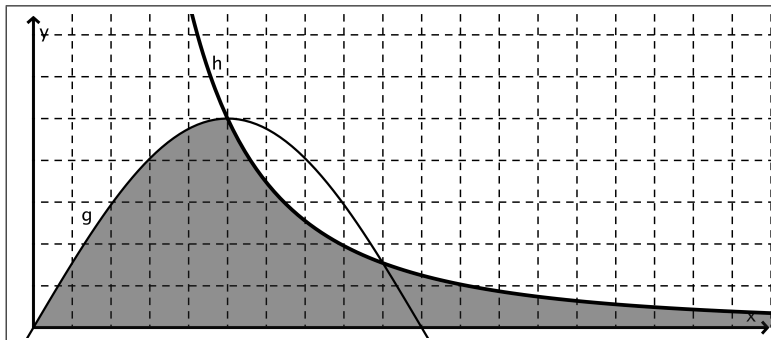
6. Die Funktion

$$g(x) = 2\sqrt{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

wird um die x -Achse gedreht. Zeige, dass das Volumen des Rotationskörpers 2π beträgt. (6P)

Bitte wenden!

7. Seien $g(x) = \sin(kx)$ und $h(x) = \frac{1}{x^2}$.



a) Bestimme k so, dass der Graph von g mit dem Diagramm übereinstimmt.
(Hinweis: überlege für welchen Wert $g(x)$ im Schnittpunkt ein Maximum hat.)

b) Bestimme den Inhalt der "grauen" Fläche. (8P)

Total: 53P