

Teil A: Integralrechnung

Ohne Hilfsmittel, 50 Min.

1. $h(x) = (1 - \frac{x}{k})\sqrt{x}$, mit $k > 0$ und $0 \leq x \leq k$.

Durch Rotation dieser Funktion um die x -Achse entsteht ein Rotationskörper. (12P)

a) Für welchen Wert von k ist dieses Volumen gleich $\frac{4}{3}\pi$?

b) Wie gross ist die eingeschlossene Fläche zwischen $f(x)$ und der x -Achse für $0 \leq x \leq k$ mit $k = 3$?

2. Von einer Funktion $f(x)$ kennt man $f''(x) = -\frac{2}{3}x$ und $f(6) = -6$. Ausserdem ist die Funktion ungerade, d.h. $f(x) = -f(-x)$.

a) Bestimme die Funktionsgleichung.

b) Wie gross ist die eingeschlossene Fläche zwischen $f(x)$ und der x -Achse? (8P)

3. Betrachte die in der xy -Ebene liegende Parabel $y = 16 - x^2$. Der Grundriss des Körpers K wird durch die Parabel und der x -Achse begrenzt. Die Querschnitte von K , die senkrecht zur y -Achse stehen, sind Quadrate. Skizziere K und berechne seinen Volumeninhalt. (7P)

Bitte wenden!

Teil B: Biomial- und Normalverteilung

Hilfsmittel: TI-89. Der Lösungsweg muss immer nachvollziehbar dokumentiert sein. 40 Min.

1. Das Diagramm zeigt die Gewicht-Wachstumskurve der neugeborenen Mädchen als Funktion der Gestationswoche (Kinderspital Zürich, 2006). (11P)

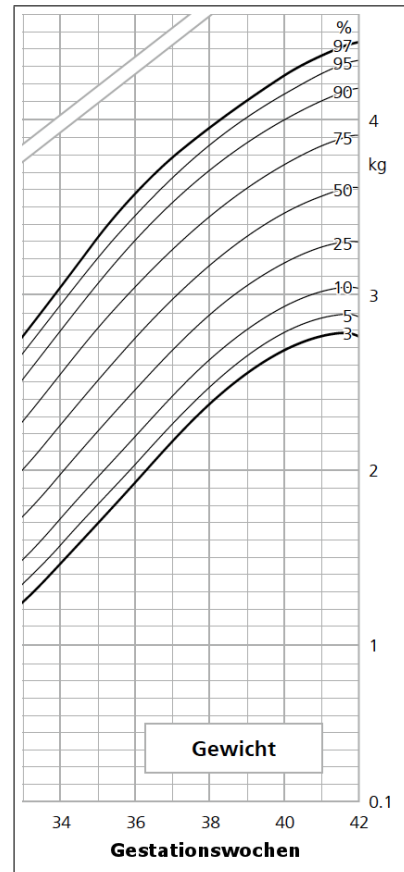
a) Meine Tochter Sofia, geboren in der 40. Gestationswoche, war bei der Geburt 2.8 kg. Welches Prozent der in der gleichen Gestationswoche geborenen Mädchen ist leichter als oder gleich schwer wie Sofia? Dieser Wert wird "Perzentil" genannt.

Welches Gewicht μ erwartet das Kinderspital bei Mädchen in der 40. Gestationswoche?

b) Bestimme mit den Werten aus a) die Standardabweichung des Mädchengewichts bei einer Geburt in der 40. Gestationswoche unter der Annahme, dass es Normalverteilt ist.

c) Sofia ist heute 13 Monate alt und 7.5 kg schwer. Der Erwartungswert in diesem Alter beträgt 9.2 kg und die Standardabweichung ist auf 1.05 kg gestiegen. In welchem Gewichts-Perzentil liegt Sofia jetzt?

d) Für ihre Grösse sind die Perzentile ähnlich. Beurteile ihre Entwicklung. Muss ich mich Sorgen machen, weil sie immer noch zu klein und zu leicht ist?



2. Ein Biergarten-Besitzer glaubt, nachdem er eine überdachte Freisitz-Ecke eingerichtet hat, dass die Anzahl seiner Gäste pro Tag im Sommer ungefähr **normalverteilt** sei mit einem Erwartungswert von 205 Gästen pro Tag und einer Standardabweichung von 52. (14P)

a) Mit Schrecken stellt er fest, dass das Bier für den heutigen sommerlichen Tag im Prinzip nur für 220 Gäste ausreicht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er an diesem Tag enttäuschte Gäste haben wird?

b) Der Gastwirt meint, die Stimmung in seinem Biergarten sei am besten, wenn etwa 170 bis 240 Gäste kommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es an einem zufällig ausgewähltem Tag diese optimale Anzahl an Gästen?

c) Ein Mathematiker, der den Biergarten gerne besucht und nach einigen Bieren mit dem Wirt ins Gespräch kommt, meint, dass eine Binomialverteilung für die Anzahl Gäste pro Tag besser wäre, weil bei der Normalverteilung alle reellen Werte als Ergebnis in Betracht kommen und nicht nur natürliche Zahlen. Der Mathematiker schlägt vor, dass von der Stadt mit 300000 Einwohnern jede Person mit einer Wahrscheinlichkeit p entscheide, ob sie heute ins Biergarten geht oder nicht. Bestimme ein geeignetes p , so dass der Erwartungswert der Binomialverteilung genau bei 205 liegt. Berechne dann auch die Standardabweichung.

d) Wiederhole a) mit der Binomialverteilung und vergleiche die Resultate. Welche sind die Vor- und Nachteile der Binomialverteilungsannahme gegenüber der Normalverteilungsannahme zur Modellierung der Anzahl der Gäste pro Tag?