

Teil A: Testen von Hypothesen

Hilfsmittel: TI 89, 40 Min. Der Lösungsweg muss immer vollkommen dokumentiert sein.

1. Entscheidungsregel eines Richters:
 H_0 : Der Angeklagte ist unschuldig.
 H_1 : Der Angeklagte ist schuldig.
 - a) Beschreibe die möglichen Fehler 1. und 2. Art.
 - b) In der schweizer Rechtsprechung wird nach dem Vorsatz "In dubio pro reo" entschieden (im Zweifel für den Angeklagten). Warum? (7P)
2. Ein grüner Gemeinderat und engagierter Lokalpolitiker, verfolgt mit Besorgnis, dass am anderen Ufer des Sees, an den seine Gemeinde grenzt, eine grosse Fabrik geplant und gebaut wird. Als seine Proteste gegen das Bauvorhaben erfolglos bleiben, beschliesst er, in der kommenden Zeit genau zu beobachten, ob der Betrieb der Fabrik negative Auswirkungen auf die Umwelt hat, und gegebenenfalls Klage einzureichen. Vom örtlichen Anglerverein erfährt er auf Anfrage, dass der Anteil krankhaft veränderte Fische in dem See bislang stets bei rund 2% gelegen hat. Er bittet nun den Verein, in der kommenden Saison darauf zu achten, ob sich dieser Anteil erhöht hat. Es wird vereinbart, dass die Angler über die nächsten 100 gefangenen Fische genaue Notizen machen und dem Gemeinderat das Ergebnis mitteilen. Wenn dabei mehr als 4 krankhaft veränderte Fische sind, will der Politiker Klage einreichen.
 - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit reicht er bei dieser Entscheidungsregel die Klage ein, obwohl sich der Anteil krankhaft veränderter Fische in Wirklichkeit nicht erhöht hat?
 - b) Angenommen, der Anteil krankhaft veränderter Fische ist seit Inbetriebnahme der Fabrik auf 5% angewachsen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt das vom Anglerverein mitgeteilte Ergebnis dennoch so aus, dass der Gemeinderat keine Klage einreicht?
 - c) Angenommen, der Anteil krankhaft veränderter Fische ist seit Inbetriebnahme der Fabrik auf 10% angewachsen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit reicht der grüne Politiker dennoch keine Klage ein? Was fällt im Vergleich mit dem Ergebnis von Teilaufgabe b) auf?
 - d) Wie muss die Entscheidungsregel lauten, wenn er seine Behauptung auf dem Signifikanzniveau von 5% belegen will? Stelle dazu den entsprechenden Hypothesentest mit Nullhypothese, Gegenhypothese, Signifikanzniveau und Entscheidungsregel auf.
 - e) In der Tat finden sich unter den 100 gefangenen Fischen 4 krankhaft veränderte. Während der Gemeinderat angesichts des zu wenig deutlichen Ergebnisses trotz seiner nach wie vor bestehenden Zweifel bereits resignieren will, schlägt ein Parteifreund eine Vergrößerung der Stichprobe vor: Es soll weiter beobachtet werden, bis insgesamt 200 Fische gefangen seien. Wie muss nun die Entscheidungsregel lauten, wenn das Signifikanzniveau weiterhin 5% sein soll? Kann die Vermutung, der Anteil krankhaft veränderter Fische habe sich auf über 2% erhöht, auf dem Signifikanzniveau von 5% angenommen werden, wenn sich unter den 200 Fischen insgesamt 8 finden, die krankhaft verändert sind?
 - f) Vergleiche und diskutiere die Ergebnisse d und e. (22P)

Bitte wenden!

Teil B: Komplexe Zahlen

Hilfsmittel: keine. 20 Min.

1. Berechne mit reellen Zahlenpaare und komplexen Operationen (3P).

a) $(2; -1) * (-1; -1)$ b) $\frac{(0; -3)}{(4; 2)}$ c) $\frac{(-3; 3) * (2; 1)}{(5; 2)}$

2. Es sei $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ und $w = -2i$ (4P). Berechne:

a) $\arg(z)$ b) $\arg(zw)$ c) $|zw|$ d) $|\frac{z}{w-3i}|$

3. Stelle in Polarform dar (7P):

a) 5 b) $-1 - \sqrt{3}i$ c) $\frac{-1}{1+i}$ d) $\frac{-1}{3i}$

4. Beschreibe mit Skizze und Worten folgende komplexen Abbildungen (bezogen auf die Gauss'sche Ebene): (3P)

a) $z \mapsto \bar{z}$ b) $z \mapsto iz$ c) $z \mapsto i\bar{z}$

Total: 46P