3 - M - MD - Besprechung am:

Übungsserie - Grenzwerte 2 und Stetigkeit

1. Finde den Grenzwert folgender Funktionen

   a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+1}-\sqrt{2x} =$

   b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} =$

   c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x\cos x} =$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x^2}+1}{\frac{1}{x^3}+1} =$

   e) $\lim\limits_{x\to-\pi} \frac{\sin x}{1+\cos x} =$

   f) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x-\cos\frac{\pi}{2}}{x-\frac{\pi}{2}} =$

2. Bestimme $a \in \mathbb{R}$ so, dass folgende Funktionen auf $\mathbb{R}$ stetig sind

   a) $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+a, & x \neq 1 \\ -1, & x = 1 \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$

   c) $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 1 \\ \sqrt{x}-1/2, & x > 1 \end{cases}$

   d) $f(x) = \begin{cases} x^3+(a-1)x-x, & x \leq a \\ ax^2-2x, & x > a \end{cases}$

3. Bestimme a und b so, dass $f(x)$ überall stetig ist.

   d) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ ax^2+b, & 1 < x < 2 \\ 2x+1, & x \geq 2 \end{cases}$

4. Die folgenden Funktionen sind an der Stelle x_0 nicht definiert. Welche Art von Unstetigkeit ist es und lässt sich $f(x)$ so festlegen, dass sie an der Stelle x_0 stetig wird?

   a) $f(x) = \frac{2x^2-5x-3}{x^2+x-12}$ mit $x_0 = 3$

   b) $f(x) = \frac{x^3-x^2-x-2}{x-2}$ mit $x_0 = 2$

   c) $f(x) = \frac{2-x^2}{\sqrt{2}-x}$ mit $x_0 = \sqrt{2}$

   d) $f(x) = \frac{x^2-4}{|x|-2}$ mit $x_0 = \pm 2$

   e) $f(x) = \frac{[x]}{x}$ mit $x_0 = 0$

   f) $f(x) = \frac{1}{x}$ mit $x_0 = 0$

   g) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ mit $x_0 = 0$

   h) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ mit $x_0 = 0$

   i) $|\,x\,|\ln|\,x\,|$ mit $x_0 = 0$

   j) $x\sin\frac{1}{x}$ mit $x_0 = 0$

3 - M - MD - Besprechung am:

Übungsserie - Grenzwerte 2 und Stetigkeit

1. Finde den Grenzwert folgender Funktionen

   a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+1}-\sqrt{2x} =$

   b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} =$

   c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\sin x}{x\cos x} =$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x^2}+1}{\frac{1}{x^3}+1} =$

   e) $\lim\limits_{x\to-\pi} \frac{\sin x}{1+\cos x} =$

   f) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x-\cos\frac{\pi}{2}}{x-\frac{\pi}{2}} =$

2. Bestimme $a \in \mathbb{R}$ so, dass folgende Funktionen auf $\mathbb{R}$ stetig sind

   a) $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+a, & x \neq 1 \\ -1, & x = 1 \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$

   c) $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 1 \\ \sqrt{x}-1/2, & x > 1 \end{cases}$

   d) $f(x) = \begin{cases} x^3+(a-1)x-x, & x \leq a \\ ax^2-2x, & x > a \end{cases}$

3. Bestimme a und b so, dass $f(x)$ überall stetig ist.

   d) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ ax^2+b, & 1 < x < 2 \\ 2x+1, & x \geq 2 \end{cases}$

4. Die folgenden Funktionen sind an der Stelle x_0 nicht definiert. Welche Art von Unstetigkeit ist es und lässt sich $f(x)$ so festlegen, dass sie an der Stelle x_0 stetig wird?

   a) $f(x) = \frac{2x^2-5x-3}{x^2+x-12}$ mit $x_0 = 3$

   b) $f(x) = \frac{x^3-x^2-x-2}{x-2}$ mit $x_0 = 2$

   c) $f(x) = \frac{2-x^2}{\sqrt{2}-x}$ mit $x_0 = \sqrt{2}$

   d) $f(x) = \frac{x^2-4}{|x|-2}$ mit $x_0 = \pm 2$

   e) $f(x) = \frac{[x]}{x}$ mit $x_0 = 0$

   f) $f(x) = \frac{1}{x}$ mit $x_0 = 0$

   g) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ mit $x_0 = 0$

   h) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ mit $x_0 = 0$

   i) $|\,x\,|\ln|\,x\,|$ mit $x_0 = 0$

   j) $x\sin\frac{1}{x}$ mit $x_0 = 0$