4 - M - MD - Besprechung am:

Übungsserie - Integralrechnung 1

1. Berechne

a) $\int_0^1 2^x \,\mathrm{d}x$ b) $\int_1^2 10^{x+1} \,\mathrm{d}x$ c) $\int_0^5 e^{-t} \,\mathrm{d}t$ d) $\int_1^2 10^x \,\mathrm{d}x$

e) $\int_{-1}^2 e^{2t} \,\mathrm{d}t$ f) $\int_1^6 e^{1-t} \,\mathrm{d}t$ g) $\int_0^2 x^3 \,\mathrm{d}x$ h) $\int_\pi^2 \pi \sin t \,\mathrm{d}t$

2. Zeige durch Ausrechnen, dass gilt: $\int_a^{a+1} e^x \,\mathrm{d}x = e^a \int_0^1 e^x \,\mathrm{d}x$

3. Zeige: die Fläche zwischen den Graphen von x^3 und $\sqrt[3]{x}$ ist genau die Hälfte der Fläche des Quadrates mit Ecken (0;0),(0;1),(1;0),(1;1).

4. Berechne den Mittelwert m von f im gegebenen Intervall und gib $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $f(c) = m$ (Mittelwertsatz).

a) $f(x) = \sin x$ in $[0,\, 2\pi]$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ in [1,10]

c) $f(t) = t^4$ in [0,2] d) $f(a) = \cos a$ in $[0,\, \pi/2]$

5. Berechne den Inhalt der endlichen Fläche, die von den Graphen eingeschlossen sind. Skizziere zuerst die Funktionen um die integrationsgrenzen zu bestimmen.

a) $f(x) = x^2 - 9$; $g(x) = x^3 - 9x$. (148/3)

b) $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$; $g(x) = 2\cos(x - \frac{\pi}{6})$ von 0 bis 2π. (4)

6. Bestimme zu den gegebenen Funktionen je eine Stammfunktion.

a) $g(t) = -\frac{3t^8}{5}$ b) $h(x) = \frac{x^n}{n!}$ c) $i(k) = -\frac{2}{k}$ d) $j(a) = \frac{1}{\sqrt{a}}$

e) $k(z) = \sqrt{z} - \sqrt[3]{z}$ f) $l(y) = \frac{3y^4-3y^2+5y}{4y^2}$ g) $m(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ h) $n(w) = \frac{5}{\cos^2 w}$

i) $o(x) = 2e^x - e^{2x}$ j) $p(u) = 3 + \tan^2 u$ k) $q(s) = \sqrt{s}(s^2 - 5)$ l) $r(t) = \cos \omega t$

7. Von einer Funktion ist die erste Ableitung sowie eine Zusatzbedingung bekannt. Wie lautet die Funktionsgleichung?

a) $f'(x) = 3x^2 - 4$; $f(5) = 54$ b) $f'(u) = -4\cos u$; $f(\pi/2) = 3/2$

c) $f'(t) = \frac{t+1}{t+3}$; $f(-2) = 0$ d) $f'(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2}$; $f(5) = 5$

4 - M - MD - Besprechung am:

Übungsserie - Integralrechnung 1

1. Berechne

a) $\int_0^1 2^x \,\mathrm{d}x$ b) $\int_1^2 10^{x+1} \,\mathrm{d}x$ c) $\int_0^5 e^{-t} \,\mathrm{d}t$ d) $\int_1^2 10^x \,\mathrm{d}x$

e) $\int_{-1}^2 e^{2t} \,\mathrm{d}t$ f) $\int_1^6 e^{1-t} \,\mathrm{d}t$ g) $\int_0^2 x^3 \,\mathrm{d}x$ h) $\int_\pi^2 \pi \sin t \,\mathrm{d}t$

2. Zeige durch Ausrechnen, dass gilt: $\int_a^{a+1} e^x \,\mathrm{d}x = e^a \int_0^1 e^x \,\mathrm{d}x$

3. Zeige: die Fläche zwischen den Graphen von x^3 und $\sqrt[3]{x}$ ist genau die Hälfte der Fläche des Quadrates mit Ecken (0;0),(0;1),(1;0),(1;1).

4. Berechne den Mittelwert m von f im gegebenen Intervall und gib $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $f(c) = m$ (Mittelwertsatz).

a) $f(x) = \sin x$ in $[0,\, 2\pi]$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ in [1,10]

c) $f(t) = t^4$ in [0,2] d) $f(a) = \cos a$ in $[0,\, \pi/2]$

5. Berechne den Inhalt der endlichen Fläche, die von den Graphen eingeschlossen sind. Skizziere zuerst die Funktionen um die integrationsgrenzen zu bestimmen.

a) $f(x) = x^2 - 9$; $g(x) = x^3 - 9x$. (148/3)

b) $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$; $g(x) = 2\cos(x - \frac{\pi}{6})$ von 0 bis 2π. (4)

6. Bestimme zu den gegebenen Funktionen je eine Stammfunktion.

a) $g(t) = -\frac{3t^8}{5}$ b) $h(x) = \frac{x^n}{n!}$ c) $i(k) = -\frac{2}{k}$ d) $j(a) = \frac{1}{\sqrt{a}}$

e) $k(z) = \sqrt{z} - \sqrt[3]{z}$ f) $l(y) = \frac{3y^4-3y^2+5y}{4y^2}$ g) $m(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ h) $n(w) = \frac{5}{\cos^2 w}$

i) $o(x) = 2e^x - e^{2x}$ j) $p(u) = 3 + \tan^2 u$ k) $q(s) = \sqrt{s}(s^2 - 5)$ l) $r(t) = \cos \omega t$

7. Von einer Funktion ist die erste Ableitung sowie eine Zusatzbedingung bekannt. Wie lautet die Funktionsgleichung?

a) $f'(x) = 3x^2 - 4$; $f(5) = 54$ b) $f'(u) = -4\cos u$; $f(\pi/2) = 3/2$

c) $f'(t) = \frac{t+1}{t+3}$; $f(-2) = 0$ d) $f'(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2}$; $f(5) = 5$