

## Übungsserie - Integralrechnung 5

1. \*<sup>1</sup> a) Für welche Werte von  $c \in \mathbb{R}$  berühren sich  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$  und  $f'(x)$ ?  
 \* b) Berechne die Fläche, die  $f(x)$  und  $f'(x)$  einschliessen (a) 4/3 b) 9/4)
2. \* Sei  $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$   
 a) Für welche Werte von  $(a, b) \in \mathbb{R}$  ist  $g(x) = \frac{ax+b}{e^x}$  eine Stammfunktion von  $f(x)$ ? (-1,0)  
 b) Zeige, dass die Fläche zwischen  $f(x)$  und der  $x$ -Achse im ersten Quadranten endlich ist. (1/e)
3.  $f(x) = x \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$  wird um die  $x$ -Achse gedreht. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers. (Hinweis:  $2 \sin x \cos x = \sin(2x)$ )
4.  $y = (1 - \frac{x}{k})\sqrt{x}$  mit  $x \in [0, k]$ ,  $k > 0$ . Für welche  $k$  ist das Volumen des Rotationskörpers  $\frac{4}{3}\pi$ ? (4)
5. \* Für welchen Wert von  $a > 1$  begrenzt der Graph der Funktion  $y = \ln(a) \cdot \cos(ax)$  mit der  $x$ -Achse Flächenstücke maximalen Inhalts? (e)
6. \* Zwei verschiedene Funktionen  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  haben dieselbe zweite Ableitung

$$f_i''(x) = \frac{3}{16}x - 1.$$

Ihre Graphen gehen beide durch den Ursprung des Koordinatensystems und berühren die  $x$ -Achse.

- a) Wie lauten die Gleichungen der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ ?
  - b) Welchen Inhalt hat das von den beiden Graphen und von der Geraden  $g : x = 8$  eingeschlossene Flächenstück? (64)
7. Berechne das Rotationsvolumen, das erzeugt wird, wenn man die von den Koordinatenachsen und dem Graphen der Funktion  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  mit  $a > 0$  eingeschlossene Fläche um die  $x$ -Achse rotiert? ( $\frac{\pi}{15}a^3$ )

## Übungsserie - Integralrechnung 5

1. \*<sup>2</sup> a) Für welche Werte von  $c \in \mathbb{R}$  berühren sich  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$  und  $f'(x)$ ?  
 \* b) Berechne die Fläche, die  $f(x)$  und  $f'(x)$  einschliessen (a) 4/3 b) 9/4)
2. \* Sei  $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$   
 a) Für welche Werte von  $(a, b) \in \mathbb{R}$  ist  $g(x) = \frac{ax+b}{e^x}$  eine Stammfunktion von  $f(x)$ ? (-1,0)  
 b) Zeige, dass die Fläche zwischen  $f(x)$  und der  $x$ -Achse im ersten Quadranten endlich ist. (1/e)
3.  $f(x) = x \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$  wird um die  $x$ -Achse gedreht. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers. (Hinweis:  $2 \sin x \cos x = \sin(2x)$ )
4.  $y = (1 - \frac{x}{k})\sqrt{x}$  mit  $x \in [0, k]$ ,  $k > 0$ . Für welche  $k$  ist das Volumen des Rotationskörpers  $\frac{4}{3}\pi$ ? (4)
5. \* Für welchen Wert von  $a > 1$  begrenzt der Graph der Funktion  $y = \ln(a) \cdot \cos(ax)$  mit der  $x$ -Achse Flächenstücke maximalen Inhalts? (e)
6. \* Zwei verschiedene Funktionen  $f_1(x)$  und  $f_2(x)$  haben dieselbe zweite Ableitung

$$f_i''(x) = \frac{3}{16}x - 1.$$

Ihre Graphen gehen beide durch den Ursprung des Koordinatensystems und berühren die  $x$ -Achse.

- a) Wie lauten die Gleichungen der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ ?
  - b) Welchen Inhalt hat das von den beiden Graphen und von der Geraden  $g : x = 8$  eingeschlossene Flächenstück? (64)
7. Berechne das Rotationsvolumen, das erzeugt wird, wenn man die von den Koordinatenachsen und dem Graphen der Funktion  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  mit  $a > 0$  eingeschlossene Fläche um die  $x$ -Achse rotiert? ( $\frac{\pi}{15}a^3$ )

<sup>1</sup>\* heisst "Maturitätsaufgabe am MNG in der Vergangenheit"

<sup>2</sup>\* heisst "Maturitätsaufgabe am MNG in der Vergangenheit"